Pracovní úkol

1. Změřte dynamickou viskositu parafinového oleje Stokesovou metodou.
2. Změřte dynamickou viskositu ricinového oleje Stokesovou metodou.
3. Ověřte, zda jsou pro dané experimentální uspořádání splněny podmínky platnosti Stokesova vzorce pro odpor prostředí při pohybu koule.
4. Hustotu skleněných kuliček určete pyknometrickou metodou.

Teoretická část

Pro měření dynamické viskozity použijeme Stokesovu metodu, která využívá pádu kuliček kapalinou. Na kuličku padající kapalinou působí tři síly—tíha tělesa, vztlaková síla a odporová hydrodynamická síla, kterou lze pro malé rychlosti vyjádřit Stokesovým vztahem

$$F_x = 6\pi\eta r v, \tag{1}$$

kde η je dynamická viskosita kapaliny a r poloměr kuličky. Tento vztah však platí pouze pro pohyb v neohraničeném prostředí a při laminárním obtékání, tedy pokud je splněno, že Reynoldsovo číslo Re je výrazně menší než jedna.

$$Re = \frac{2r\rho v}{\eta} \tag{2}$$

Pro měření dynamické v omezeném prostředí válcového tvaru je odvozen vztah

$$\eta = \frac{2r^2(\rho_T - \rho)g}{9v(1 - 2.4r/R)}, \tag{3}$$

kde R je poloměr válcové nádoby, ρ_T je hustota kuličky a g je místní tíhové zrychlení.

Pro potřeby měření bylo potřeba vztahy (2) a (3) upravit do vhodnějšího tvaru.

$$Re = \frac{d\rho s}{t\eta}, \tag{4}$$

$$\eta = \frac{d^2(\rho_T - \rho)g}{18(s/t)(1 - 2.4d/2R)}, \tag{5}$$

kde d je průměr kuličky, s je délka trajektorie (přímka) pádu v kapalině konstantní rychlostí v a t je doba pádu po s.

Pro určení hustoty kuliček se použije pyknometrická metoda. Je potřeba znát čtyři parametry: m_1 hmotnost kuliček v pyknometru, m_2 hmotnost pyknometru plného vody, m_3 hmotnost pyknometru s kuličkami doplněnými vodou a ρ_{vody} hustotu vody. Hodnoty m_1, m_2 a m_3 jsou zásadně uváděny po odečtení hmotnosti prázdného pyknometru díky použití elektronických vah, které umožňují funkci tára. Hustotu kuliček pak snadno určíme podle vztahu

$$\rho_T = \rho_{\text{vody}} \frac{m_1}{m_1 + m_2 - m_3}. \tag{6}$$

Zpracování chyb měření jsem zvolil následující. Pro určení chyby dynamické viskosity není možné použít pravidla pro přenos chyb, neboť jednotlivá měření se týkají různých kuliček. Proto je chyba určena jako směrodatná odchylka aritmetického průměru dílčích naměřených viskosit. K tomu je použit vztah podle [2]

$$\sigma_\eta = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\mu_x - x_i)^2}. \tag{7}$$

Výše uvedená metoda určení chyby nevyžaduje znalost chyb jednotlivých parametrů vstupujících do výpočtu, nicméně tyto chyby uvádím všude, kde je to možné. Pro chybu hustoty kuliček používám vztah sestavený podle [2]

$$\Delta_\rho = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta m_1 + \Delta m_2 + \Delta m_3}{m_1 + m_2 - m_3} + \frac{\Delta\rho_{\mathrm{vody}}}{\rho_{\mathrm{vody}}}. \tag{8}$$

Měřicí přístroje

Metr (R, s: $\pm 1\,\mathrm{mm}$), dílenský mikroskop (a_1, a_2: $\pm 1 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}$), stopky ($t$: $\pm 0.01\,\mathrm{s}$), rtuťový teploměr (t_p: $\pm 0.1\,{}^\circ\mathrm{C}$) a elektronické váhy ($m_i$: $\pm 10^{-7}\,\mathrm{kg}$)

Měření

Pro veškerá další měření je nejprve nutné znát hustotu používaných kuliček. Metoda jejího změření byla již dostatečně popsaná v teoretické části. Konkrétní naměřené a vypočítané hodnoty jsou v tabulkách 1 a 2.

Veličina	Hodnota	Odchylka	Jednotka
m_1	7.6667	0.0001	g
m_2	10.0352	0.0001	g
m_3	14.8035	0.0001	g
ρ_{vody}	997.3	0.1	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
$\rho_{\mathrm{T,velke}}$	2638.01	0.57	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$

Tabulka 1.: Určení hustoty velkých kuliček pyknometrickou metodou

Veličina	Hodnota	Odchylka	Jednotka
m_1	8.0806	0.0001	g
m_2	10.1275	0.0001	g
m_3	15.2294	0.0001	g
ρ_{vody}	997.3	0.1	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
$\rho_{\mathrm{T,male}}$	2705.47	0.58	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$

Tabulka 2.: Určení hustoty malých kuliček pyknometrickou metodou

Dalším krokem je ověření, pro zda jsou pro použité kuličky splněny podmínky Stokesova vztahu. Pro ricinový olej jsem použil velké kuličky, protože při jejich použití se Reynoldsovo číslo pohybuje okolo hodnoty 0.025 (podrobněji viz tabulka 3), což vyhovuje podmínce laminárního proudění. Menší kuličky zůstávaly zavěšené pod hladninou oleje vlivem povrchového napětí, a proto je nebylo možné použít.

V případě parafinového oleje byla situace komplikovanější. Velké kuličky nebyly použitelné už z toho důvodu, že jejich pád kapalinou byl tak rychlý, že by měření doby pádu bylo zatíženo příliš velkou chybou mé reakce, nehledě na velké Reynoldsovo číslo. Naneštěstí, ani malé kuličky nejsou příliš vhodné. V jejich případě se Reynoldsovo číslo pohybuje v okolí 0.4 (viz tabulka 4), což není výrazně menší než jedna. V laboratoři byly k dispozici ještě menší kuličky, kde by bylo možné očekávat lepší splnění podmínky laminárního proudění, ale ukázalo se téměř nemožné oddělit od sebe jednotlivé kuličky, změřit jejich průměr a vhodit je do kapaliny.

Naměřené hodnoty jsou shrnuty do tabulek 3 a 4. Průměr kuliček byl měřen dílenským mikroskopem. Rozdíl měřených hodnot a_1 a a_2 je průměr kuličky.

$\frac{a_1}{\mathrm{mm}}$	$\frac{a_2}{\mathrm{mm}}$	$\frac{t}{\mathrm{s}}$	$\frac{d}{\mathrm{mm}}$	Re	$\frac{\eta}{\mathrm{m^{-1}\,kg\,s^{-1}}}$
2.06	4.84	24.64	2.78	0.024	0.945
0.72	3.48	24.80	2.76	0.024	0.937
0.29	3.13	23.20	2.84	0.026	0.929
0.71	3.48	23.36	2.77	0.025	0.889
0.88	3.64	25.33	2.76	0.023	0.957
0.81	3.43	25.17	2.62	0.022	0.855
1.26	4.15	24.74	2.89	0.025	1.027
0.89	3.63	23.42	2.74	0.025	0.872
0.83	3.74	23.19	2.91	0.027	0.976
0.98	3.70	25.09	2.72	0.023	0.920

$s = (194 \pm 2)\,\mathrm{mm}$; $R = (75 \pm 1)\,\mathrm{mm}$

Tabulka 3.: Naměřené a vypočítané hodnoty pro určení dynamické viskosity ricinového oleje

Veličina	Hodnota
Viskosita ricinového oleje η	$(931 \pm 17)\,10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$; 18 %
Viskosita parafinového oleje η	$(50.1 \pm 0.9)\,10^{-3}\,\mathrm{kg\,m^{-1}\,s^{-1}}$; 18 %

Tabulka 5.: Shrnutí vypočtených hodnot

Pro toto měření jsou rovněž velmi důležité parametry prostředí: teplota $t_p = 24.1\,^\circ\mathrm{C}$, tlak $p = 997.4\,\mathrm{hPa}$ a relativní vlhkost vzduchu 22.9 %.

Dále uvádím též tabulkové hodnoty zkoumaných veličin v tabulce 6. Hodnoty jsou vždy pro teplotu pokud možno nejbližší teplotě v laboratoři.

$\frac{a_1}{\text{mm}}$	$\frac{a_2}{\text{mm}}$	$\frac{t}{\text{s}}$	$\frac{d}{\text{mm}}$	Re	$\frac{\eta}{\text{m}^{-1}\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}}$
0.74	1.83	8.88	1.09	0.302	0.0509
0.77	2.12	5.68	1.35	0.585	0.0502
0.83	2.01	7.67	1.18	0.379	0.0516
0.77	1.88	8.83	1.11	0.310	0.0525
0.64	1.82	7.47	1.18	0.389	0.0503
0.84	2.02	7.45	1.18	0.390	0.0501
0.76	1.96	7.62	1.20	0.388	0.0530
0.81	2.02	6.71	1.21	0.444	0.0475
0.50	1.79	6.38	1.29	0.498	0.0514
0.57	1.78	6.21	1.21	0.480	0.0440

$s = (295 \pm 2)\,\text{mm}$; $R = (75 \pm 1)\,\text{mm}$

Tabulka 4.: Naměřené a vypočítané hodnoty pro určení dynamické viskosity parafinového oleje

Veličina	Hodnota	Při teplotě
Hustota vody ρ_{vody}	$(997.3 \pm 0.1)\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$	24 °C
Hustota ricinového oleje ρ	$950\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$	20 °C
Hustota parafinového oleje ρ	$850\,\text{kg}\,\text{m}^{-3}$	20 °C
Viskosita ricinového oleje η	$0.868\,\text{kg}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^{-1}$	24 °C
Viskosita parafinového oleje η	$0.102\,\text{kg}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^{-1}$	20 °C

Tabulka 6.: Tabulkové hodnoty zkoumaných veličin.

Diskuze

Dynamickou viskositu se nepodařilo naměřit shodně s hodnotami v tabulkách. Ani v jednom případě neleží tabulková hodnota v okolí ohraničeném odchylkou. Nicméně viskosita ricinového oleje se od tabulkové hodnoty liší o méně než 10%, což je únosné. Horší situace nastala v případě parafinového oleje. Zde došlo zřejmě k chybě závažnějšího charakteru. Především nebyla dobře splněna podmínka platnosti Stokesova vztahu (Reynoldsovo číslo není výrazně menší než jedna). Již pří měření jsem se pokusil tuto chybu odstranit použitím menších kuliček, ale bezúspěšně. Nabízí se však ještě jedno možné vysvětlení. Není totiž jisté, zda je kapalina použitá k měření chemicky a fyzikálně totožná s látkou uvedenou v tabulkách pod stejným názvem. Na tuto otázku jsem nenašel uspokojivou odpověď. Její vliv je však rozhodující. Pokud se jedná opravdu o stejné látky, pak je chyba zřejmě způsobena turbulencemi při obtékání (vysoké Reynoldsovo číslo). Jsou-li látky rozdílné, nemám s čím porovnat své výsledky.

Závěr

Dynamická viskosita ricinového oleje je $(931 \pm 17)\,10^{-3}\,\text{kg}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^{-1};\ 18\,\%$ a parafinového oleje $(50.1 \pm 0.9)\,10^{-3}\,\text{kg}\,\text{m}^{-1}\,\text{s}^{-1};\ 18\,\%$. Naměřené hodnoty se nezanedbatelně liší od očekávaných. V případě parafinového oleje není jisté, zda pod tímto názvem existuje právě jedna látka daných vlastností.

Literatura

[1] Studijí texty, úloha XIX. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/`
[2] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.