Vojtěch Hrubý Úloha XIV

Úkol

1. Změřte teplotní závislost povrchového napětí destilované vody σ v rozsahu teplot od 295 do 345 K metodou bublin.
2. Měřenou závislost znázorněte graficky. Závislost aproximujte kvadratickou funkcí.

Teoretická část

Při vytlačování vzduchu z kapiláry do kapaliny působí proti vytlačování vedle hydrostatického tlaku i povrchové napětí na rozhraní kapalina—vzduch. Povrchové napětí σ vytváří uvnitř kulové plochy poloměru r kapilární přetlak

$$\Delta p_\sigma = \frac{2\sigma}{r}. \tag{1}$$

Tento tlak nabývá maximální hodnoty v okamžiku, kdy je poloměr bubliny stejný s poloměrem kapiláry. Při jeho dalším zvětšování tlak klesá, bublina se rozpíná a odtrhne se od kapiláry. Bubliny se tedy začínají tvořit, pokud tlak vzduchu v kapiláře stoupne oproti tlaku u hladiny o hodnotu

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r_0} + g\varrho h, \tag{2}$$

kde h je hloubka ponoření kapiláry pod hladinu. Aparatura však byla sestavena tak, že tato vzdálenost bylo nulová. V takovém případě dostáváme vztah

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r_0}. \tag{3}$$

Tlak Δp je měřena pomocí mikromanometru, který je skloněn pod úhlem $\alpha = 30°$. Na stupnici lze odečítat polohu hladiny v šikmém směru l. Pak platí

$$\Delta p = g\varrho l \sin\alpha = \frac{1}{2} g\varrho l, \tag{4}$$

kde ϱ je hustota vody v manometru (tedy při teplotě v místnosti).

Povrchové napětí pak tedy počítáme podle vzorce

$$\sigma = \frac{1}{4} g\varrho l r_0, \quad \text{s odchylkou podle [2]} \quad \Delta\sigma = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta r_0}{r_0}\right)\frac{1}{4} g\varrho l r_0. \tag{5}$$

Měření

Průměr kapiláry byl uveden přímo u měřící aparatury

$$d = 2r_0 = (0.52 \pm 0.02)\,\mathrm{mm}.$$

Při proměřování závislosti povrchového napětí na teplotě jsem nechal zvolna rovnoměrně ohřívat lázeň, ve které byla ponořena nádoba s měřenou kapalinou (destilovaná voda). Vždy pro každý dílek naměřený na stupnici manometru jsem odečetl hodnotu teploty, abych dosáhl co největšího počtu měření. Naměřené hodnoty teploty a odpovídajícího tlaku (který je reprezentován délkou l) uvádím v tabulce 1. Voda z aspirátoru odtékala velmi zvolna—tím bylo zajištěno dobré přiblížení k rovnovážnému stavu.

Odchylka délky l je $\Delta l = 1\,\mathrm{mm}$, což je velikost nejmenšího dílku stupnice. Menší by neměla smysl vzhledem k fluktuacím, které v krajním případě odpovídaly až polovině dílku. Pro celkovou chybu je však mnohem více podstatná chyba průměru kapiláry.

Paramtery prostředí jsou uvedeny v tabulce 2. Vzhledem k teplotě prostředí používám hustotu vody podle [3] $\varrho = 998\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$.

Pro dílčí teploty je povrchové napětí uvedeno přímo v tabulce 1. Na žádost zadání jsem rovněž provedl aproximaci závislosti povrchového napětí σ na termodynamické teplotě T kvadratickou funkcí $y = ax^2 + bx + c$, kde příslušné koeficienty jsou uvedeny v tabulce 3.

$t\,[^\circ\mathrm{C}]$	$T\,[\mathrm{K}]$	$l\,[\mathrm{m}]$	$\sigma\,[\mathrm{N\,m^{-1}}]$	$\Delta\sigma\,[\mathrm{N\,m^{-1}}]$
17.5	290.5	0.111	0.0706	0.0034
19.5	292.5	0.110	0.0700	0.0033
22.5	295.5	0.109	0.0693	0.0033
24.0	297.0	0.108	0.0687	0.0033
26.3	299.3	0.107	0.0681	0.0033
28.6	301.6	0.106	0.0674	0.0032
32.0	305.0	0.105	0.0668	0.0032
35.0	308.0	0.104	0.0662	0.0032
37.7	310.7	0.103	0.0655	0.0032
40.5	313.5	0.102	0.0649	0.0031
44.0	317.0	0.101	0.0643	0.0031
46.5	319.5	0.100	0.0636	0.0031
50.0	323.0	0.099	0.0630	0.0031
53.5	326.5	0.098	0.0623	0.0030
56.5	329.5	0.097	0.0617	0.0030
61.0	334.0	0.096	0.0611	0.0030
65.5	338.5	0.095	0.0604	0.0030
69.0	342.0	0.094	0.0598	0.0029
74.5	347.5	0.093	0.0592	0.0029

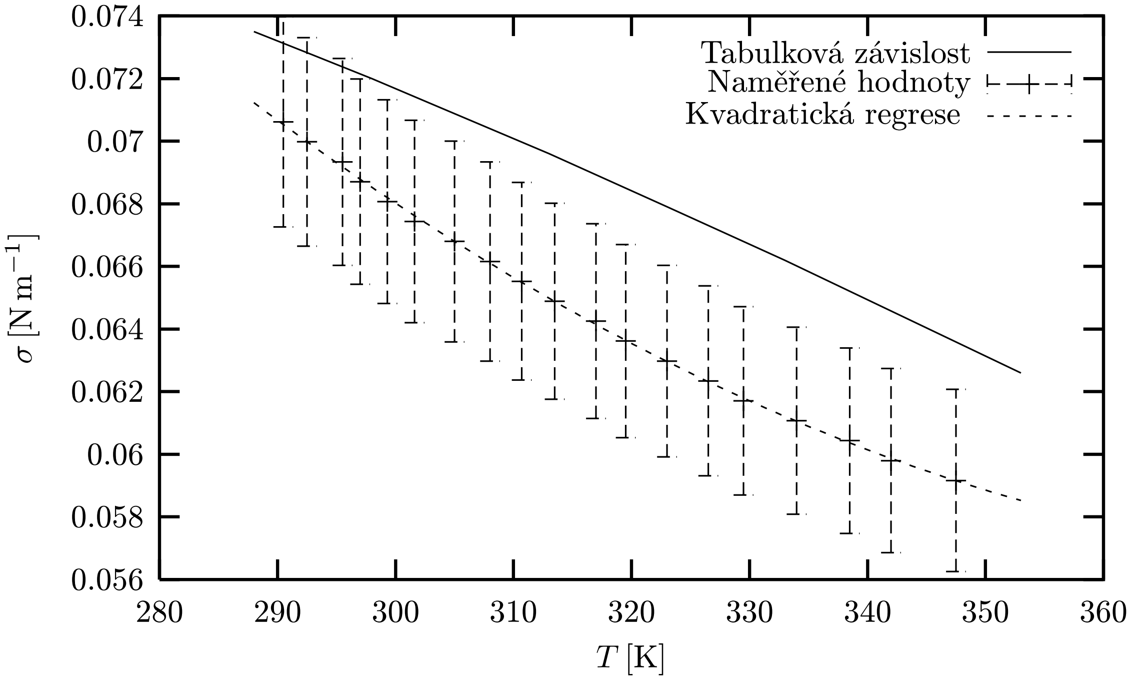
Tabulka 1.: Naměřené a vypočítané hodnoty

Veličina	Hodnota
Teplota vzduchu	23.9 °C
Tlak vzduchu	983.3 hPa
Relativní vlhkost	34.4 %

Tabulka 2.: Paramtery prostředí

Koeficient	Hodnota
a	$(1.36 \pm 0.08) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N\,m^{-1}\,K^{-2}}$
b	$-(1.07 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N\,m^{-1}\,K^{-1}}$
c	$(0.266 \pm 0.008)\,\mathrm{N\,m^{-1}}$

Tabulka 3.: Koeficienty kvadratické aproximace



Graf 1.: Naměřená a tabulková závislost povrchového napětí na teplotě

Diskuze

Dílčí výsledky pro jednotlivé teploty jsou vzhledem k chybě měření přijatelné ve srovnání s tabulkovými hodnotami. Je překvapivé, že se všechny hodnoty liší od tabulkových přibližně stejnou měrou. Jeko vysvětlení vidím dvě možnosti. V prvé řadě se ukázalo ne příliš jednoduché správně určit, kdy maximální tlak odpovídá délce l sloupce vody v manometru. Bylo potřeba pečlivě sledovat polohu hladiny, která však byla vlivem povrchového napětí silně zakřivená. Měření navíc komplikovaly nemalé fluktuace (až polovina dílku).

Na celkovou chybu měření má však naprosto rozhodující vliv chyba určení průměru kapiláry. Musel jsem se spolehnout na hodnotu udávanou v zadání úlohy a nemohl jsem ji sám ověřit. Mohu tedy jen věřit, že je opravdu taková. Navíc jsem byl upozorněn, že skutečný průměr kapiláry je spíše v okolí dolní meze udávané odchylky, což by výborně odpovídalo tomu, že mnou určené povrchové napětí je menší než tabulkové hodnoty.

Zdánlivě nesrovnatelně horší je situace v případě aproximace kvadratickou funkcí. Určená závislost je totiž konvexní, zatímco teoretická je konkávní. Tento samotný fakt by znamenal naprostý nezdar v měření. Při hlubším pohledu se to však jeví zcela odlišně. Z grafu je zřejmé, že chyba měření je nesrovnatelně větší než „prohnutí“ funkce. Na základě takových vstupních dat je přinejmenším nezodpovědné rozhodovat o konvexitě či konkávnosti závislosti. Za těchto okolností by bylo mnohem výstižnější aproximovat závislost na zkoumaném intervalu lineární funkcí. Ta sice neodpovídá na širším intervalu teoretické závislosti, ale to není podstatné, neboť úkolem není extrapolace mimo zadaný interval teplot. Na druhou stranu nemám právo pozměňovat zadání úlohy, a proto jej plně respektuji a zůstávám jen v rovině úvah.

Závěr

Hodnoty povrchového napětí destilované vody při jednotlivých měřených teplotách jsou uvedeny v tabulce 1, aproximace kvadratickou funkcí je v tabulce 3.

Měření dílčích hodnot lze považovat vzhledem k chybě měření za úspěšné. Kvadratická aproximovaná závislost neodpovídá teoretickým požadavkům (není konkávní), nicméně její vhodnost pro daný problém je diskutabilní.

Literatura

[1] Studijní texty, úloha XIV. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/`

[2] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.

[3] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.