Vojtěch Hrubý Úloha X

Úkol

1. Určete rychlost šíření podélných zvukových vln v mosazné tyči metodou Kundtovy trubice. Z naměřené rychlosti zvuku stanovte modul pružnosti v tahu E materiálu tyče.
2. Změřte ryvhlost zvuku ve vzduchu a v oxidu uhličitém pomocí uzavřeného rezonátoru. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázoněte.
3. Vypočítejte Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého z naměřené rychlosti zvuku.

Teoretická část

Všechna měření v této úloze se opírají o základní známý vztah

$$\lambda\nu = c, \tag{1}$$

který dává do souvislosti vlnovou délku λ, kmitočet ν a rychlost šíření vlny c. Délka vlny λ je dobře měřitelná při stojatém vlnění, kda vzdálenost dvou sousedních kmiten nebo uzlů je rovna polovině vlnové délky.

Polohu uzlů můžeme dobře zviditelnit pomocí Kundtovy trubice. Na jejím konci je zdroj zvuku (mosazná tyč upevněná ve svém středu s lehkým korkovým pístem), uvnitř je rozprostřen korkový prášek, Vytvoří-li se v trubici stojaté vlnění, prášek se v místech kmiten rychlosti rozmetá, v uzlech zůstane na místě. Tímto zviditelněním můžeme určit počet vln v trubici k jejíž délka je l_t. Stojatého vlnění je dosaženo nastavením příslušné délky vnitřního prostoru trubice l_t. Rychlost zvuku v mosazné tyči je potom (je-li c_v rychlost zvuku ve vzduchu)

$$c = \frac{2kl}{l_t}c_v; \qquad \Delta c = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta l_t}{l_t}\right)\frac{2kl}{l_t}c_v. \tag{2}$$

Rychlost zvuku ve vzduchu se určí vztahem podle [1]

$$c = \{344.36 + 0.63(t - 20\,^\circ\mathrm{C})\}\,\mathrm{m\,s^{-1}}. \tag{3}$$

Na základě změření rychlosti zvuku v tyči je možné určit modul pružnosti v tahu tyče podle vzorce

$$E = c^2\varrho; \qquad \Delta E = 2\frac{\Delta c}{c}c^2\varrho, \tag{4}$$

kde ϱ je hustota mosazi určená podle tabulek.

Při měření pomocí uzavřeného rezonátoru jsou využity dvě metody. Ponecháme-li konstantní frekvenci a změříme rozdíl délky rezonátoru d pro dvě nejbližší rezonance, potom rychlost zvuku v daném prostředí je

$$c = 2d\nu \tag{5}$$

a odchylka je

$$\Delta c = \left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta\nu}{\nu}\right)2dl. \tag{6}$$

Zůstane-li stálá délka rezonátoru l, pak se měří rezonanční frekvence ν, které přísluší různému počtu půlvln k v rezonátoru. Při měření rezonanční frekvence při jedné půlvlně je vhodné ověřit, že se jedná skutečně o jednu půlvlnu. V takovém případě je rychlost zvuku

$$c = 2la, \tag{7}$$

kde a je parametr určený pomocí lineární regrese

$$\nu = a \cdot k. \tag{8}$$

Pro odchylku pak platí

$$\Delta c = \left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} \right) 2la, \tag{9}$$

kde Δa je určena rovněž z lineární regrese.

Poissonovu konstantu κ oxidu uhličitého vypočítáme z rychlosti zvuku vztahem

$$\kappa = \frac{c^2 \mu}{RT}; \qquad \Delta\kappa = \left(2\frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta T}{T} \right) \frac{c^2 \mu}{RT}, \tag{10}$$

kde T je termodynamická teplota a μ je molekulová hmotnost oxidu uhličitého.

Měření

V Kundtově trubici se podařilo dosáhnout stojatého vlnění při délce mosazné tyče l_0 a vnitřní délce trubice l_3, při které jsem pozoroval tři půlvlny, proto $l_t = l_3/3$. Hodnoty těchto veličin jsou uvedeny v tabulce 1. Měření bylo provedeno při teplotě v tabulce 4, rychlost zvuku je potom podle vztahu (3) rovna $c_v = 345.96\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Pro výpočet modulu pružnosti v tahu mosazi dále potřebujeme znát její hustotu, která je podle [3] $\varrho = 8450\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ (střední hodnota).

	l_0 [m]	l_3 [m]
Hodnota	1.508	0.921
Odchylka	0.001	0.005

Tabulka 1.: Naměřené hodnoty Kundtovou trubicí

Pomocí uzavřeného rezonátoru byla nejprve změřena rychlost zvuku při stálé délce rezonátoru $l = (80.0 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$. První měření bylo potřeba provést při právě jedné půlvlně v rezonátoru, což bylo ověřeno tím, že při poloviční frekvenci již nenastává rezonance. Dále byly měřeny rezonanční frekvence pro vyšší hodnoty k. Všechny naměřenené rezonanční frekvence jsou uvedeny v tabulece 2 a zobrazeny v grafech 1 a 2, na kterých je velmi dobře vidět, že žádná rezonanční frekvence nebyla přeskočena — v takovém případě by se na grafu objevil odskok od lineární závislosti. Pro výpočet rychlosti zvuku byla použita linární regrese. Tou byl určen parametr a pro vzduch $a = (214.58 \pm 0.18)\,\mathrm{s^{-1}}$ a pro oxid uhličitý $a = (168.54 \pm 0.17)\,\mathrm{s^{-1}}$.

Měření rychlosti zvuku metodou stálé frekvence bylo provedeno pouze ve vzduchu, protože měření s oxidem uhličitým by nebylo přesné díky netěsnosti rezonátoru při změně jeho délky. V tabulce 3 jsou uvedeny naměřené hodnoty.

Vzduch

k	ν [Hz]
1	212
2	434
3	645
4	861
5	1071
6	1287
7	1512
8	1713
9	1926
10	2140
11	2364
12	2576

Oxid uhličitý

k	ν [Hz]
1	165
2	338
3	503
4	677
5	840
6	1025
7	1190
8	1351
9	1513
10	1683
11	1854
12	2020
13	2189
14	2356

Tabulka 2.: Rezonanční frekvence ν pro různý počet půlvln k v rezonátoru délky $l = (80.0 \pm 0.1)\,\mathrm{cm}$

	d [cm]	$l_2 - l_1$ [cm]
1	3.9	74.9 − 71.0
2	4.1	79.0 − 74.9
3	3.9	82.9 − 79.0
Průměr	3.967	
Směrodatná odch.	0.115	

Tabulka 3.: Rozdíl délky rezonátoru vždy pro dvě nejbližší rezonance při frekvenci $\nu = (4355 \pm 5)\,\mathrm{Hz}$

Teplota	22.5 °C
Tlak	993.2 hPa
Relativní vlhkost	28.3 %

Tabulka 4.: Parametry prostředí v době měření

Veličina	Hodnota
Rychlost zvuku v mosazné tyči (Kundtova trubice)	$(3399 \pm 21)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; 0.6 %
Rychlost zvuku ve vzduchu (rezonátor, stálá frekv.)	$(345 \pm 10)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; 3 %
Rychlost zvuku ve vzduchu (rezonátor, stálá délka)	$(343.3 \pm 0.7)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; 0.2 %
Rychlost zvuku ve oxidu uhl. (rezonátor, stálá délka)	$(269.7 \pm 0.6)\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; 0.2 %
Poissonova konstanta oxidu uhličitého κ	(1.302 ± 0.035); 2.6 %
Modul pružnosti v tahu mosazi	$(97.6 \pm 1.2)\,\mathrm{GPa}$; 1.2 %

Tabulka 5.: Shrnutí výsledků měření

Diskuze

Podle učekávání vedlo měření pomocí Kundtovy trubice k méně přesným výsledkům než uzavřeným rezonátorem. Porovnáme-li však naměřenou hodnotu modulu pružnosti v tahu mosazi s tabulkovou $E = 99\,\mathrm{GPa}$, zjistíme, že v rámci přesnosti jsou tyto hodnoty velmi blízké.

Rychlost zvuku ve vzduchu byla podle vzorce (3) $c_v = 345.96\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, což velmi dobře odpovídá hodnotám naměřeným pomocí uzavřeného rezonátoru. Porovnání rychlosti zvuku v oxidu uhličitém s tabulkovou hodnotou je poněkud komplikovanější, neboť mám k dispozici jen hodnotu při $t = 0\,^\circ\mathrm{C}$, která je $c_0 = 258\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Uvážíme-li, že s rostoucí teplotou roste i rychlost zvuku, pak je náš výsledek smyslupný. Rovněž Poissonova konstanta oxidu uhličitého je ve shodě s tabulkovou hodnotou $\kappa = 1.293$.

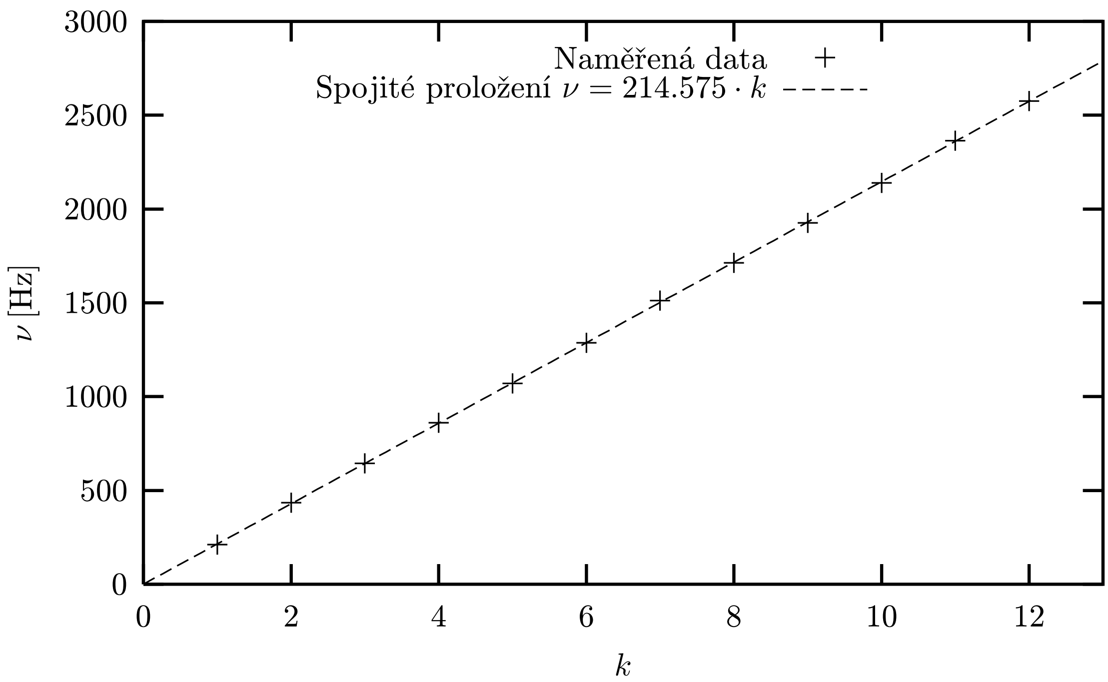
Závěr

Výsledky měření jsou shrnuty do tabulky 5. Měření považuji za úspěšné vzhledem k argumentům v diskuzi.

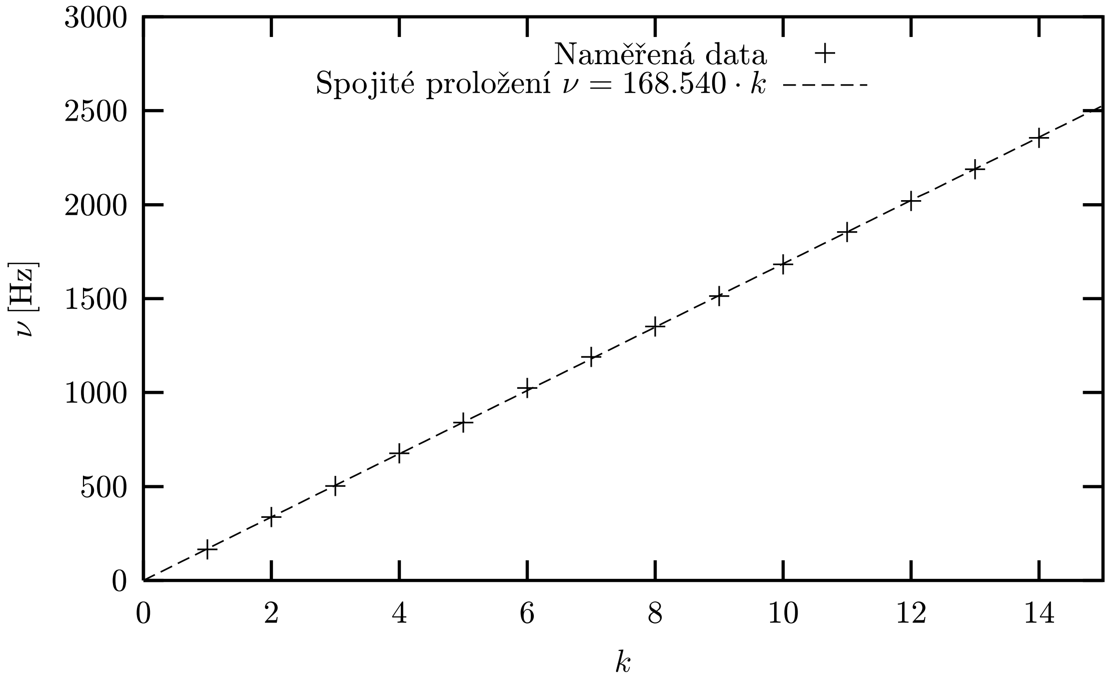
Literatura

[1] Studijní texty, úloha X. `http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/`
[2] Englich, J.: Zpracování výsledků fyzikálních měření. Praha 2000.
[3] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.

Příloha: grafy



Graf 1.: Závislost rezonanční frekvence ν na počtu půlvln k v rezonátoru a regresní přímka pro vzduch



Graf 2.: Závislost rezonanční frekvence ν na počtu půlvln k v rezonátoru a regresní přímka pro oxid uhličitý